

SPECTRUL RADIAȚIEI DE FRÂNARE EMISE DE TUBUL DE RAZE X. LEGEA DE DUANE-HUNT. DETERMINAREA CONSTANTEI LUI PLANCK

Obiectul lucrării

- Caracterizarea spectrului energetic al radiației emise de tubul de raze X la diferite tensiuni de accelerare U_a ; identificarea spectrului continuu al radiației de frânare.
- Determinarea limitei dinspre lungimi de undă scurte (λ_{\min}) a spectrului continuu.
- Verificarea legii Duane – Hunt de deplasare a lungimii de undă limită (λ_{\min}) cu tensiunea aplicată pe tub ($\lambda_{\min} U_a = \text{const}$); determinarea constantei lui Planck.

Principiul lucrării

Se analizează spectrul radiațiilor emise de anticatod la diferite tensiuni de accelerare aplicate pe un tub de raze X. Spectrele au fost înregistrate folosind un spectrometru cu cristal.

Din reprezentarea grafică a spectrului $N(\theta)$ (intensitatea radiației X în funcție de unghiul de incidență pe cristalul analizor) se determină unghiul minim, θ_{\min} de la care se detectează radiații X difractate pe cristal. Pe baza condiției de difracție se calculează limita dinspre lungimi de undă scurte, λ_{\min} , a spectrului înregistrat pentru fiecare tensiune U_a . Reprezentând grafic λ_{\min} în funcție de U_a^{-1} , se verifică dependența liniară $\lambda_{\min} = m \cdot U_a^{-1}$. Din panta dreptei (m) se determină constanta lui Planck.

Bazele fizice ale lucrării

Notiuni introductive

Razele X sunt radiații electromagnetice cu lungimea de undă $\lambda \sim 1\text{Å}$, situate în domeniul spectral dintre raze γ și ultraviolet. În aplicații de laborator se folosesc uzual raze X cu λ între 0,5 și 10Å. Relația dintre energia, frecvența și lungimea de undă a fotonului:

$$\varepsilon = h\nu = \frac{hc}{\lambda}$$

unde: h - constanta lui Planck; c – viteza luminii; ε , ν - energia respectiv frecvența fotonului.

Unități practice și relații de transformare:

$$1 \text{ Å} = 10^{-10} \text{ m} \quad ; \quad 1 \text{ nm} = 10 \text{ Å} \quad ; \quad 1 \text{ pm} = 0.01 \text{ Å} \quad ; \quad 1 \text{ eV} = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

Domeniul spectral ocupat de radiațiile X se extinde spre lungimi de undă mai scurte respectiv spre lungimi de undă mai mari. Razele X cu λ între 0,01 și 0,5 Å se numesc ‘dure’ și au aplicații în radiografia industrială sau în medicină, iar cele cu lungimi de undă mai mari, între 10 și 100 Å, se numesc ‘moi’.

Spectrul radiației electromagnetice emise de o sursă reprezintă distribuția pe lungimi de undă a intensității radiației, $I(\lambda)$ sau a numărului de fotoni $N(\lambda)$ emiși în intervalul λ , $\lambda+d\lambda$. Analog se poate defini spectrul energetic $N(\varepsilon)$ (distribuția pe energii a numărului de fotoni emiși), respectiv spectrul de frecvențe $N(\nu)$.

Radiația emisă de tubul de raze X

Spectrul de emisie al unei surse de raze X depinde de natura sursei și de parametrii de funcționare. Sursa folosită uzual în laborator este *tubul de raze X*. Acesta este alcătuit din doi electrozi, un catod “cald” (*filament*) și un anod (*anticatod*), închiși într-o incintă vidată. Între cei doi electrozi se aplică o tensiune înaltă U_a , de ordinul zecilor de kilovolti. Electronii emiși de filament și accelerați la diferență de potențial U_a bombardează anticatodul în care sunt încetiniți, energia lor transformându-se în căldură sau energie electromagnetică. Aceasta din urmă se manifestă prin emisia de raze X..

Distribuția spectrală a radiației X emise de anticatod este alcătuită din două componente:

- *radiația caracteristică* elementului anticatodului, cu *spectru discret*, emisă de atomii excitați prin ciocniri cu electronii din fasciculul incident;
- *radiația de frânare*, cu *spectru continuu*, produsă prin decelerarea (frânarea) electronilor în ținta metalică;

În lucrare se studiază cea de a doua componentă a radiației emise de tub.

Radiația X de frânare

Conform electromagnetismului clasic, orice sarcină electrică aflată în mișcare accelerată emite radiație electromagnetică. În tubul de raze X, electronii care bombardează anticatodul sunt decelerați (frânați brusc) și ca urmare emit radiație electromagnetică. La o valoare dată a tensiunii de accelerare, în spectrul continuu al radiației de frânare există o lungime de undă minimă (λ_{\min}), respectiv o frecvența maximă (ν_{\max}). Limita λ_{\min} nu depinde de natura anticatodului, fiind determinată numai de tensiunea înaltă U_a , aplicată pe tub. În 1915, Duane și Hunt au găsit că produsul ($U_a \cdot \lambda_{\min}$) este constant și au stabilit formula empirică:

$$\boxed{U_a \lambda_{\min} \approx 1.25 \cdot 10^{-6} \text{ Vm}} \quad (1)$$

(*legea de deplasare Duane-Hunt*)

Limita dinspre lungimi de undă scurte a spectrului continuu poate fi explicată în cadrul *teoriei fotonice a radiației*.

Electronii incidenti ajung la anticatod cu energia cinetică:

$$E_c = eU_a \quad (2)$$

e – sarcina electronului

Prin frânarea unui electron în apropierea unui nucleu din țintă, se emite un foton cu energia $\varepsilon = h\nu$:

$$h\nu = E_c - E'_c \quad (3)$$

unde: E_c , E'_c -reprezintă energia cinetică a electronului înainte, respectiv după emisia fotonului.

Energia E'_c va fi cedată sub formă de căldură (cel mai probabil) sau prin emisia altor fotoni.

Dacă un electron pierde întreaga energie cinetică prin emisia unui singur foton, acesta va avea energia maximă:

$$h\nu_{\max} = eU_a \quad (4)$$

$$h\nu = \frac{hc}{\lambda}$$

Lungimea de undă minimă sau *limita spectrului continuu* de raze X va fi

$$\lambda_{\min} = \frac{hc}{e U_a} \quad (5)$$

Înlocuind în (4) valorile constantelor fizice ($h = 6.625 \cdot 10^{-34} \text{Js}$; $c = 2.9979 \cdot 10^8 \text{ms}^{-1}$; $e = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{As}$) se găsește, în unități SI, următoarea relație:

$$\lambda_{\min} = 1.2398 \cdot 10^{-6} \frac{1}{U_a} \quad (6)$$

în bună concordanță cu formula empirică (1) stabilită de Duane și Hunt.

În unități practice formula (6) devine:

$$\lambda_{\min} [\text{\AA}] = 12.398 \frac{1}{U_a [\text{kV}]} \quad (7)$$

Observație. Aceleași înlocuiri numerice conduc și la formula practică pentru calculul lungimii de undă a fotonului în funcție de energia sa:

$$\lambda [\text{\AA}] = \frac{12.398}{\varepsilon [\text{keV}]} \quad (7')$$

Analiza datelor

Spectrele de raze X emise de un tub cu anod de **Cu** au fost înregistrate în metoda unghiular-dispersivă, analiza lungimilor de undă din fascicul realizându-se prin difracție pe un monocristal de LiF (fig. 1).

Dacă un fascicul policromatic de raze X cade sub unghi θ pe o familie de plane cristaline (fig.2), sunt difractate și ajung la detector numai razele X cu lungimea de undă λ care satisface condiția Bragg de difracție* :

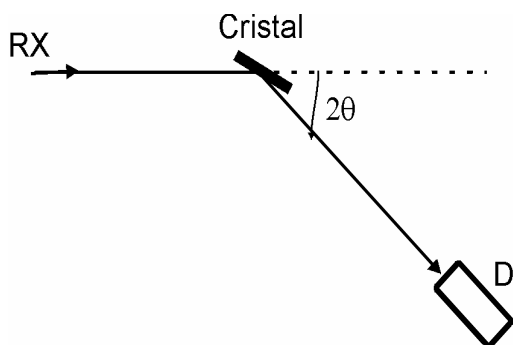


Fig.1.Schema de difracție pe monocristal
D - detector

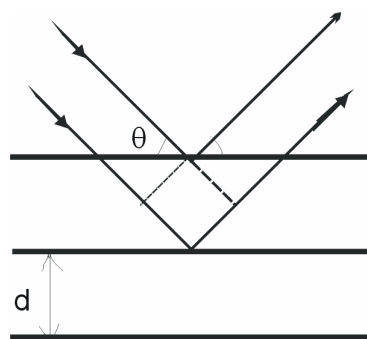


Fig. 2 Reflexia pe plane cristaline

$$2d \sin \theta = n\lambda \quad (8)$$

unde: d este distanța interplanară; pentru LiF, $d = 2.014 \text{ \AA}$

n – ordinul de difracție (aici $n = 1$);

Datele sunt înregistrate în fișierele 'spect_n.dat' ($n = 1, 2, \dots$). În fiecare fișier sunt două coloane de date; prima reprezintă unghiul de difracție (θ), iar cea de a doua intensitatea radiației exprimată prin numărul de impulsuri înregistrate, $N[\text{imp}]$. În fișierul 'spect.txt' sunt date condițiile experimentale pentru fiecare spectru înregistrat: tensiunea înaltă, U_a , aplicată pe tub și natura anodului.

Caracterizarea spectrelor de raze X emise de tub; identificarea spectrului radiației de frânare

Se reprezintă grafic spectrele experimentale $N(\theta)$ (reprezentarea se face pe calculator în ORIGIN).

Din analiza spectrelor se identifică:

- spectrul continuu al radiației X de frânare;
- limita spectrului continuu;
- liniile caracteristice ale anticatodului.

* Interferența constructivă apare numai dacă diferența de drum dintre undele reflectate la unghi θ de planele cristaline este egală cu un număr întreg de lungimi de undă.

Determinarea limitei dinspre lungimi de undă scurte a spectrului continuu

Pentru fiecare tensiune U_a se determină din graficul $N(\theta)$ unghiul θ_{\min} de la care se detectează raze X difractate și din (8) se calculează lungimea de undă limită λ_{\min} .

Datele se trec într-un tabel de forma:

Nr	U_a [kV]	θ_{\min} [°]	λ_{\min} [Å]
1.			
2.			
....			

Verificarea legii Duane-Hunt. Determinarea constantei lui Planck

Se reprezintă grafic λ_{\min} în funcție de $\frac{1}{U_a}$. Prin punctele obținute se trasează dreapta:

$$\lambda_{\min} = m_{\text{exp}} \cdot \frac{1}{U_a} \quad (9)$$

(se folosește metoda celor mai mici pătrate; în ORIGIN există opțiunea **fit liniar**).

Se determină panta dreptei, m_{exp} , care se compară cu valoarea teoretică din relația (7) (respectiv cu constanta empirică găsită de Duane și Hunt).

Rezultatul se scrie sub forma: ($m_{\text{exp}} \pm \sigma_m$) unde σ_m este eroarea standard a parametrului m .

Din (5) se calculează constanta lui Planck:

$$h = m_{\text{exp}} \frac{e}{c} \quad (10)$$

Se calculează și eroarea σ_h , iar rezultatul se prezintă sub forma: ($h \pm \sigma_h$).

Constanta lui Planck se poate determina și reprezentând grafic tensiunea de accelerare U_a funcție de $1/\sin\theta_{\min}$ care este tot o dependență liniară:

$$U_a = m_{\text{exp}} \frac{1}{\sin\theta} \quad (11)$$

Din (5), (8) și (11) se obține relația:

$$h = m_{\text{exp}} \frac{2ed}{c} \quad (12)$$

$$(d = 2.014 \text{ \AA} = 0.2014\text{nm})$$

Întrebări; teme suplimentare

1. Se emit raze X din ecranul unui televizor/monitor în funcțiune? Să se justifice răspunsul.

2. Să se explice, calitativ, apariția unor linii în spectrele de raze X analizate. De ce nu apar linii în toate spectrele?

3. Să se determine lungimea de undă și energia corespunzătoare liniilor caracteristice observate în spectrul radiației X emise de anticatodul de Cu.

ANEXA 1

Spectre de raze X

(Date experimentale pentru lucrarea “Spectrul radiației de frânare emise de tubul de raze X.”)

Spectrele pentru un tub cu anticatod de Cu , la diferite tensiuni U_a aplicate pe tub, sunt măsurate în metoda unghiular-dispersivă (analiza spectrală prin difracție pe un monocristal de LiF, cu distanța interplanară $d=2.014\text{\AA}$).

Spectrele măsurate sunt înregistrate în fișierele ‘spect_n.dat’

În fiecare fișier prima coloană, $\theta[^\circ]$, reprezintă unghiul de incidență a razelor X pe planele cristaline, iar cea de a doua, $N[\text{imp}]$ – intensitatea (număr de impulsuri înregistrate).

Nume fișier	$U_a[\text{kV}]$
spect_1.dat	8
spect_2.dat	9
spect_3.dat	10
spect_4.dat	12
spect_5.dat	16
spect_6.dat	22
spect_7.dat	36

ANEXA 2

