FLUCTUAȚII STATISTICE

Obiectul lucrării

În această lucrare se doreşte să se verifice şi să se testeze aspectele aleatoare ale fenomenelor cuantice, în sensul descris mai jos.

Aspectele statistice ale fenomenelor atomice

Proprietățile discrete ale materiei se manifestă prin *aspecte aleatoare*. Proprietățile continue ale materiei, respectiv cele la scară macroscopică, au un *caracter statistic.* Întelegem prin aleator, faptul că efectuând acelaşi experiment de mai multe ori, în condiții identice, procesele elementare au **diferite distribuții** în spațiu şi timp. Cu alte cuvinte aspectele de detaliu ale observațiilor individuale **nu sunt reproductibile** de la un experiment la altul. Pe de altă parte aspectele statistice, cum ar fi media, abaterea pătratică medie, etc. **sunt reproductibile**.

Aspectele aleatoare, întâmplătoare, ale proceselor elementare (cuantice) constau în faptul că apariția lor în timp şi spațiu este complet nereproductibilă, însă cu constrângeri impuse de o reproductibilitate a aspectelor lor statistice! Alte constrângeri ar fi legile de conservare a energiei şi a momentului cinetic.

Conceptul de experimente succesive efectuate pe acelaşi sistem în condiții identice, este fundamental. Valoarea medie obținută în acest fel este de fapt o medie pe ansamble identice. Un astfel de exemplu poate fi măsurarea numărului de dezintegrări în unitatea de timp pe care o probă radioactivă o prezintă. Daca ne referim la dezintegrarea radioactivă, am putea gândi că aspectele aleatoare observate în aceste experimente pot fi atribuite unor succesiuni de efecte accidentale necunoscute. Teoria cuantică scoate însă în evidență că aceste fenomene aleatoare observate nu pot fi atribuite unor fenomene accidentale, necunoscute. Teoriile lui Born, Bohr şi a altora dintre 1926-1927 au condus la ideea că aspectul aleator trebuie să fie considerat ca o lege fundamentală. Prin urmare acest aspect trebuie să fie considerat ca un fapt fundamental, o ipoteză de bază, şi nu o consecință a altor efecte. Prin această alegere, fizica cuantică s-a desprins definitiv de cea clasică.

Ca atare ceea ce se poate spune, prezice, în fizica cuantică este de a da sau a descrie probabilitatea de realizare a unui eveniment.

Teste ale aspectelor aleatoare prezente în fenomenele atomice

Să presupunem cazul experimentelor privind dezintegrarea unui nuclid radioactiv. Mărimea caracteristică, activitatea (adică numărul de dezintegrări pe secundă) este o mărime medie şi are caracter statistic. De aceea, măsurând activitatea unui radionuclid în aceleaşi condiții, spre exemplu la intervale de timp egale, se obțin valori ce fluctuează în jurul unei valori medii.

În virtutea celor discutate se poate spune că în cazul dezintegrării radioactive, ca şi în alte fenomene atomice şi nucleare, caracterul statistic nu se datoreşte numai impreciziei aparatului de măsură, ci este propriu fenomenului măsurat.

Să presupunem că într-o instalație prevăzută cu un detector de radiații şi o sursă radioactivă, se va măsura viteza de numărare (numărul de impulsuri detectate în unitatea de timp). Dacă fenomenul de dezintegrare este complet aleator, atunci succesiunea de evenimente de dezintegrare este complet necorelată. Intervalul de timp între două evenimente detectate este o variabilă aleatoare care ia valori întâmplătoare în jurul unei valori medii. O altă caracteristică a acestui experiment este aceea că variabila aleatoare poate să aibă doar valori discrete, adică un număr (întreg) de pulsuri.

În cele ce urmează se propun două tipuri de experimente pentru a testa caracterul aleator al dezintegrărilor radioactive.

Pentru ambele lucrări se foloseşte o instalație obişnuită de măsurare a activității unei surse radioactive formată :

- dintr-un numărător electronic, NUMERPORT, pentru alimentarea cu tensiune a fotomultiplicatorului şi numărarea pulsurilor şi
- o sursă de Co^{60} aşezată sub fereastra fotomultiplicatorului aşezat într-un castel de plumb.

A. Testul de corelație

Dacă evenimentele succesive de dezintegrare sunt aleatoare, atunci intervalele de timp între două dezintegrări succesive trebuie să fie necorelate. Pentru a verifica acest aspect se vor măsura intervalele de timp între momentele de apariție a unor pulsuri de la un detector care are în preajmă o sursa de radiații. Sursa de radiații trebuie să fie foarte slabă, adică cu o activitate foarte scăzută pentru a putea măsura uşor intervalele între două dezintegrări sucesive. Se realizează deci un astfel de experiment.

Modul de lucru

Se dă drumul la instalație (se conectează NUMERPORT-ul la rețea de 220V curent alternativ) şi se aranjează astfel încât să numere continuu. Se aranjează astfel ca viteza de numărare să fie suficient de scăzută pentru a putea nota convenabil momentele de apariție a pulsurilor. În acest scop se va folosi un cronometru extern, sau cronometrul cu care este prevăzut numărătorul.

Se măsoară momentele (t_i) de apariție a pulsurilor în ordinea lor de apariție (figura 1) şi se formează un şir de date { t_i }. Fiecare moment de apariție a unui impuls îi corespunde un interval până la impulsul anterior (y) şi un interval până la impulsul următor, posterior (y'). Se măsoară un mare număr de pulsuri (>100).

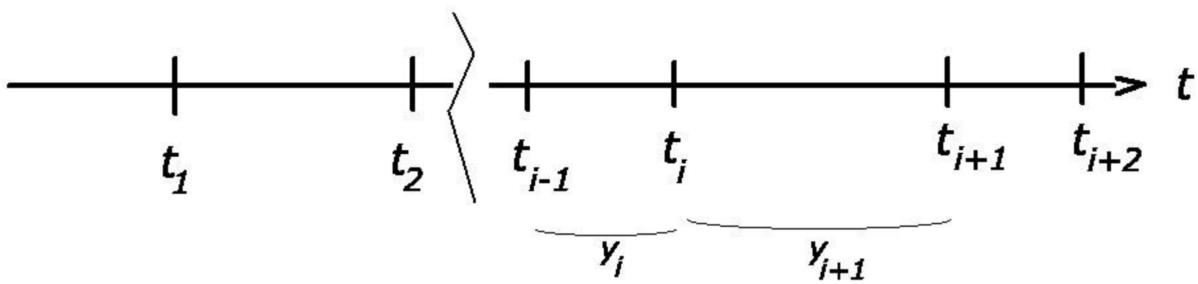

Figura 1

Variabila aleatoare va fi astfel intervalul de timp între două impulsuri succesive şi o vom nota cu y. Se va obține astfel un şir de valori suficient de mare { y_i } şi { y'_i } pentru evenimentele anterioare şi respectiv pentru cele posterioare. Din acest şir de valori putem calcula o serie de mărimi statistice. Asfel, se vor calcula (pentru detalii se poate consulta Anexa A3)

a)- valoarea medie (aritmetică) a şirului de intervale anterioare $y_{med} = < y_i >$ şi valoarea medie a şirului de intervale posterioare $y'_{med} = < y'_i >$

b)- valoarea medie a intervalului dintre două pulsuri consecutive $<y_i>$

Se reprezintă datele obținute într-un grafic ......

B. Distribuția Poisson

In această parte se va verifica funcția de distibuție Poisson, care descrie apariția fenomenelor rare, adică a evenimentelor cu probabilitate de apariție foarte mică şi constantă (Anexa A5).

Distribuția Poisson se deduce ca un caz limită al distribuției binomiale pentru evenimentele aleatorii cu probabilitate foarte mică de apariție p<<1, în timp ce N_0 – numărul de repetări – este aşa de mare încât produsul N_0p rămâne constant. Notând:

$$M= N_0p$$

Probabilitatea, P(k) ca un eveniment să apară de k ori dată de distribuția binomială;

$$P(K) = \frac{N_0!}{(N_0 - K)!K!} p^K (1-p)^{N_0 - K}$$

va trece pentru $N_0 \to \infty$ în :

$$P(K) = \frac{m^K}{K!} e^{-m}$$

dată de distribuția Poisson.

Ca şi în cazul distribuției binomiale, variabila aleatoare K poate lua numai valori întregi. Constanta m poate lua orice valoare pozitivă.

Modul de lucru

Pentru verificarea experimentală a distribuției Poisson se foloseşte aceeaşi instalație dar cu alte setări. În acest scop:

1. Se conectează NUMERPORT-ul la rețea (220V alternativ).
2. Butonul de la blocul de alimntare al NUMERPORT-ului se trece în poziția REȚEA-LUCRU.
3. Pentru a măsura în cicluri repetate de 2 secunde timp-măsură şi 2 secunde pauză între măsurători (conditii stabilite ca optime pentru această lucrare) butonul de la blocul IMPULSURI-SECUNDE se trece pe 2 secunde, iar butonul de la blocul CICLUL UNIC-CICLURI REPETATE se trece în poziția 2 secunde. De asemeni, la blocul STOP DUPĂ INTRARE butonul se trece în poziția T în dreapta-sus (FM).
4. Se fac aproximativ 1000 determinări care se reprezintă sub forma unei histograme (distribuție experimentală), n_K funcție de K, unde n_K este frecvența de apariție a K impulsuri în intervalul constant de 2 secunde.
5. Se calculează valoarea medie:

$$m = \frac{\sum_{K=o}^{K_{max}} n_K \cdot K}{\sum_{K=o}^{K_{max}} n_K}$$

6. Se calculează frecvența ν_K de apariție a K impulsuri pe baza distribuției Poisson a acestor frecvențe

$$N = \sum_{K=0}^{K_{max}} n_K , \qquad \nu_K = NP(K)$$

şi se compară distribuția acestor frecvențe (distribuția teoretică) cu distribuția experimentală obținută la punctul 4.

7. Se calculează:

$$\overline{D}^2 = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\left(K_i - \overline{K}\right)^2 = \frac{1}{N}\sum_{K=0}^{K_{max}} n_K (K-m)^2$$

$$\sigma_K^{exp} = \sqrt{\overline{D}^2}$$

şi se compară cu $\sigma_K^t = \sqrt{m}$

Rezultatele se vor aşeza într-un tabel de forma:

Tabelul

K	n_K	$n_K K$	K-m	$(K-m)^2$	$n_K(K-m)^2$	ν_K
	$N=\sum n_k$	$\sum n_K K$	$\sum (K-m) = 0$		$\sum n_K (K-m)^2$	

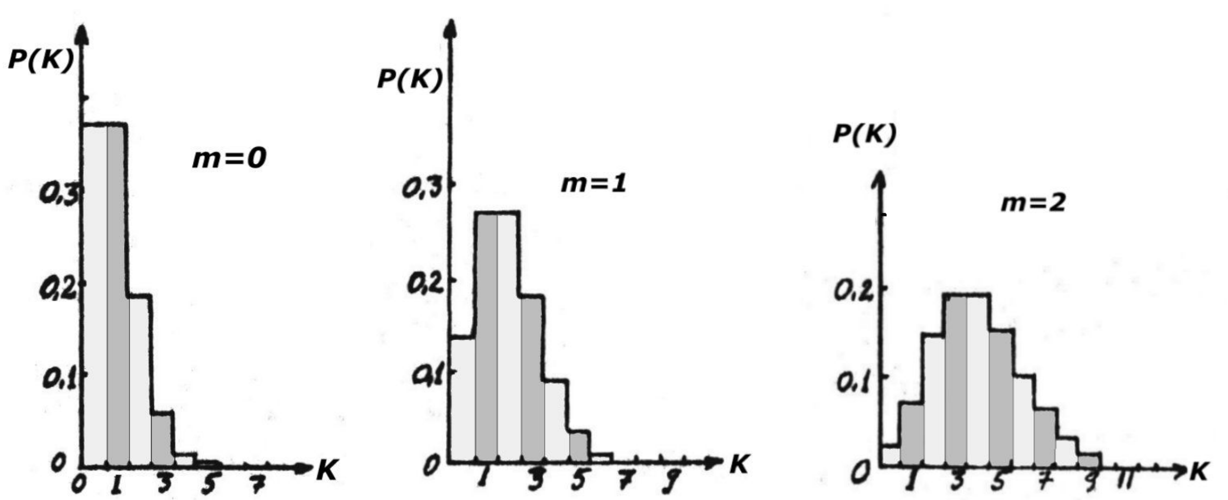

Figura 3

Bibliografie:

1. E.H.Wichmann, “Fizică cuantică”, Cursul de fizica Berkley, vol IV, Ed. Didacticaă şi Pedagogică, 1983; pp-248-273;
2. F.Reif, “Fizică statistică”, Cursul de fizică Berkeley, vol.5. Ed. Didactică şi Pedagogică, 1983; cap.2, Anexa 2 p.366,
3. L.D.Landau, E.M.Lifsit, “Fizică statistică”, Fizică teoretică, vol.V, Ed. Tehnică, 1988

ANEXĂ Distribuții statistice

A1 Media şi abaterea pătratică medie

Valoarea medie se calculează cu ajutorul relației:

$$m = \frac{\sum_{K=o}^{K_{max}} n_K \cdot K}{\sum_{K=o}^{K_{max}} n_K}$$

Frecvența ν_K de apariție a K impulsuri se calculează pe baza distribuției teoretice considerate (Poisson în cazul de față) cunoscând expresia probabilității de apariție a K evenimente (impusuri):

$$N = \sum_{K=0}^{K_{max}} n_K, \qquad \nu_K = NP(K)$$

Abaterea pătratică medie se calculează utilizând relația:

$$\overline{D}^2 = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\left(K_i - \overline{K}\right)^2 = \frac{1}{N}\sum_{K=0}^{K_{max}} n_K (K-m)^2$$

$$\sigma_K^{exp} = \sqrt{\overline{D}^2}$$

unde σ^{exp}_K reprezintă abaterea standard.

Pentru distribuția Poisson, abaterea standard teoretică este dată de: $\sigma_K^t = \sqrt{m}$

A2 Distribuția Poisson– definiție şi proprietăți

Distribuția Poisson se deduce ca un caz limită al distribuției binomiale pentru evenimentele aleatorii cu probabilitate foarte mică de apariție p<<1, în timp ce N_0 – numărul de repetări – este aşa de mare încât produsul N_0p rămâne constant.

Notând:

$$M = N_0 p$$

Probabilitatea, P(k) ca un eveniment să apară de k ori dată de distribuția binomială;

$$P(K) = \frac{N_0!}{(N_0-K)!K!} p^K (1-p)^{N_0-K}$$

va trece pentru $N_0 \rightarrow \infty$ în :

$$P(K) = \frac{m^K}{K!} e^{-m}$$

data de distribuția Poisson.

Ca şi în cazul distribuției binomiale, variabila aleatoare K poate lua numai valori întregi.Constanta m poate lua orice valoare pozitivă.

Proprietăți

1. pentru $N_0 \to \infty$ şi valorile pe care le poate lua K devin foarte mari ($K \to \infty$ 0) şi deoarece

$$\sum_{K=0}^{\infty} \frac{m^K}{K!} = e^m \text{, rezultă } \sum_{K=0}^{\infty} P(K) = 1$$

2. Conform definiției

$$\overline{K} = \sum_{K=0}^{\infty} KP(K) = \sum_{K=0}^{\infty} \frac{m^K}{(K-1)!} e^{-m} = m \sum_{K=0}^{\infty} \frac{m^{K-1}}{(K-1)!} e^{-m}$$
$$= 1$$

Prin urmare, valoarea medie a variabilei aleatorii este egală cu constanta: $m = N_0 p$.

3. De aici

$$\overline{K^2} = \sum_{K=0}^{\infty} K^2 P(K) = \sum_{K=0}^{\infty} (K(K-1) + K) \frac{m^K}{K!} e^{-m} =$$
$$= \sum_{K=0}^{\infty} \frac{m^K}{(K-2)!} e^{-m} + \sum_{K=0}^{\infty} \frac{m^K}{(K-1)!} e^{-m} = m^2 + m$$

şi deci

$$\sigma_K = \sqrt{\overline{K^2} - \overline{K}^2} = \sqrt{m}$$

4. Se vede că $P(o) = e^{-m} \neq 0$, deci probabilitatea de a nu avea loc nici un eveniment este cu atât mai mare cu cât valoarea medie este mai mică.

5. Deoarece variabila aleatoare ia numai valori întregi, reprezentarea grafică a funcției P(K) se face printr-o histogramă (vezi figura 3). În figura 3 se vede că cu cât este mai mic m cu atât distribuția este mai asimetrică.

Pentru un m intreg, probabilitatea maximă are loc pentru două valori ale variabilei aleatorii. Se vede uşor că:

$$P(m-1) = \frac{m^{m-1}}{(m-1)!} e^{-m} = \frac{m^m}{m!} e^{-m} = P(m)$$

Deci pentru $K=m$ şi pentru $K=m$-1 probabilitățile de apariție sunt egale şi maxime.